2023年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分150分，考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题，共85分)

一、选择题(本大题共17小题，每小题5分，共85分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.函数 $y=-x^2+2x$ 的值域是（　　）

A. $[0,+\infty)$　　B. $[1,\infty)$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $(-\infty,0)$

2.一批产品共有5件,其中4件为正品,1件为次品,从中一次取出2件均为正品的概率为(　　)

A.0.6　　B.0.5　　C.0.4　　D.0.3

3.函数 $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$ 的定义域为（　　）

A. R　　B. $\{1\}$　　C. $\{x\,|\,x\le 1\}|$　　D. $\{x\,\|x|\ge 1\}$

4.若 $x<y<0$，则（　　）

A. $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　　B. $\frac{x}{y}<\frac{y}{x}$　　C. $\frac{x+y}{2}>\sqrt{xy}$　　D. $\frac{y}{\mathrm{x}}+\frac{x}{y}>2$

5.一个袋子中装有标号分别为1，2，3，4的四个球，采用有放回的方式从袋中摸球两次，每次摸出一个球，则恰有一次摸出2号球的概率为（　　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{1}{2}$

6.下列函数中，为增函数的是(　　)

A. $y=x^3$　　B. $y=x^2$　　C. $y=-x^2$　　D. $y=-x^3$

7.已知点 $M(1,2)$， $N(2,3)$，则直线MN的斜率为(　　)

A. $\frac{5}{3}$　　B.1　　C.-1　　D. $-\frac{5}{3}$

8.如果点 $A(1,1)$ 和 $B(2,4)$ 关于直线 $y=kx+b$ 对称，则 $k=$（　　）

A. -3　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 3

9.若向量 $a=(1,-1)$， $b=(1,x)$，且 $|a+b|=2$，则 $x=$（　　）

A. -4　　B. -1　　C. 1　　D. 4

10.设$0<a<\frac{\pi}{4}$，则$\sqrt{1-2\sin a\cos a}=$（　　）

A. $\sin a+\cos a$　B. $-\sin a-\cos a$　C. $\sin a-\cos a$　D. $\cos a-\sin a$

11.设$f(x)=x^3+ax^2+x$为奇函数，则$a=$（　　）

A. 1　B. 0　C. -1　D. -2

12.在等比数列$\{an\}$中，$a_{2=1}$，公比$q=2$，则$a_{5=}$（　　）

A. $\frac{1}{8}$　B. $\frac{1}{4}$　C. 4　D. 8

13.设集合$M=\{x\in R|x^2=1\}$，$N=\{x\in R|x^3\ =1\}$，则$M\cap N$（　　）

A. $\{1\}$　B. $\{-1\}$　C. $\{-1,1\}$　D. ϕ

14.函数$y=\sin(x+11)$的最大值是（　　）

A. 11　B. 1　C. -1　D. -11

15.设a是第一象限角，$\sin a=\frac{1}{3}$，则$\sin 2a=$（　　）

A. $\frac{4}{9}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$　D. $\frac{2}{3}$

16.设$\log_2 x=a$，则$\log_2(2x^2)=$（　　）

A. $2a^2+1$　B. $2a^2-1$　C. $2a-1$　D. $2a+1$

17.设甲：$\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，乙：$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则（　　）

A.甲是乙的充分条件但不是必要条件
B.甲是乙的必要条件但不是充分条件
C.甲是乙的充要条件
D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

二、填空题（本大题共4小题，每小题4分，共16分）

18.过点$(2,0)$作圆$x^2+y^2=1$的切线，切点的横坐标为______

19.曲线$y=\frac{1}{x^2}$在点$(1,1)$处的切线方程是______

20.函数$y=-x^2+ax$图像的对称轴为$x=2$，则$a=$______

21.九个学生期末考试的成绩分别为79　63　88　94　99　77　89　81　85
这九个学生成绩的中位数为______

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分.解答应写出推理、演算步骤）

22.记△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为a,b,c，已知$B=60°$，$b^2=ac$，求 A.

23.已知等差数列$\{a\}$中，$a_1+a_3+a_5=6$，$a_2+a_4+a_6=12$，求$\{a_n\}$的首项与公差.

24.已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点到准线的距离为 1.

（I）求C的方程；

（II）若$A(1,m)(m>0)$为C上一点，O 为坐标原点，求C上另一点B的坐标，使得$OA\perp OB$.

25.已知函数$f(x)=(x-4)(x^2-a)$.

(I)求$f'(x)$;

(II)若$f'(-1)=8$，求$f(x)$在区间$[0,4]$的最大值与最小值.

2023 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学

答案及解析

一、选择题

1、【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的值域.

【应试指导】 $y=-x^2+2x=1-(x-1)^2\le 1$，故原函数的值域为$(-a,1]$

2、【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】一次取出 2 件均为正品的概率为 $p=\frac{C_4{}^2}{C_5{}^2}=\frac{3}{5}=0.6$

3、【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】对于 $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$ ，奇次根号下无要求，故函数的定义域为 R

4、【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为不等式的性质.

【应试指导】因为$x<y<0$，故$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}>2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{x}{y}}=2$

5、【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为独立重复试验的概率。

【应试指导】所求概率为 $p = C_2^1\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$

6、【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】对于 $y=x^3$， $y'=3x^2\ge 0$.故 $y=x^3$ 为增函数.

7、【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为直线的斜率.

【应试指导】直线 MN 的斜率为$\frac{3-2}{2-1}=1$

8、【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为两垂直直线斜率的关系.

【应试指导】直线 AB 的斜率为$\frac{4-1}{2-1}=3$，点 A、B 关于直线$y=kx+b$对称，因此直线 AB 与其垂直，故$3k=-1$，得$k=-\frac{1}{3}$

9.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为向量的加法和模.

【应试指导】$a+b=(2,x-1)$，所以$|a+b|=\sqrt{2^2+(x-1)^2}=2$，解得$x=1$。

10、【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的运算.

【应试指导】当$0<a<\frac{\pi}{4}$时，$\cos a>\sin a>0$，所以

$\sqrt{1-2\sin\alpha\cos\alpha}=\sqrt{(\sin\alpha\cos\alpha)^2}=|\sin\alpha-\cos\alpha|=\cos\alpha-\sin\alpha$

11、【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】因为$f(x)$为奇函数，故$f(-x)=-f(x)$，即$-x^3+ax^2-x=-x^3-ax^2-x$，得$2ax^2=0$，则$a=0$

12、【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等比数列

【应试指导】$a_5=a_2q^3=2^3=8$

13、【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】由题意$M=\{-1,1\}$，$N=\{1\}$，所以$M\cap N=\{1\}$

14、【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的值域.

【应试指导】因为$-1\le\sin(\varpi x+\varphi)\le 1$，所以$-1\le\sin(x+11)\le 1$，故$y=\sin(x+11)$的最大值为1

15、【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的二倍角公式.

【应试指导】a在第一象限，则$\cos a=\sqrt{1-\sin^2 a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\sin 2a=2\sin\cos a=2\times\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$

16、【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对数函数的性质，

【应试指导】$\log_2(2x^2)=\log_2 x^2=1+2\log_2 x=1+2a$

17、【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】由于 $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2} \nLeftrightarrow \cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故甲既不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件。

二、填空题

18、【答案】$\frac{1}{2}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆的切线.

【应试指导】设切点 (x_0,y_0)，则有 $\frac{y_0}{x_0}\cdot\frac{y_0}{x_0-2}=-1$ 即 $y_0^2+x_0^2-2x_0=0$，又 $y_0^2+x_0^2=1$，所以 $x_0=\frac{1}{2}$，故切点的横坐标为 $\frac{1}{2}$.

19【答案】$2x+y-3=0$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为切线方程.

【应试指导】由题意，该切线斜率 $k=\left(\frac{1}{x^2}\right)'\Big|_{x=1}=-2$，又过点 $(1,1)$，所以切线方程为 $y-1=-2(x-1)$，即 $2x+y-3=0$.

20【答案】4

【考情点拨】本题主要考查的知识点为二次函数的性质.

【应试指导】由题意，该函数图像的对称轴为 $x=-\frac{a}{-2}=\frac{a}{2}=2$，得 $a=4$.

21、【答案】85

【考情点拨】本题主要考查的知识点为中位数.

【应试指导】将成绩按由小到大排列：63，77，79，81，85，88，89，94，99.因此中位数为85.

三、解答题

22、由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

可得 $ac=a^2+c^2-ac$，即 $a^2+c^2-2ac=(a-c)^2=0$，解得 $a=c$.又因为 $B=60°$，故△ABC 为等边三角形，所以 $A=60°$.

23、因为 $\{a_n\}$ 为等差数列，则 $\begin{cases}a_1+a_3+a_5=3a_1+6d=6,\\ a_2+a_4+a_6=3a_1+9d=12,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a_1=-2,\\ d=2.\end{cases}$

24.（Ⅰ）由题意，该抛物线的焦点到准线的距离为 $\frac{p}{2}-\left(-\frac{p}{2}\right)=p=1$

所以抛物线 C 的方程为 $y^2 = 2x.$

（Ⅱ）因 $A(1,m)(m>0)$ 为 C 上一点，故有 $m^2 = 2$，

可得 $m=\sqrt{2}$，因此 A 点坐标为 $(1,\sqrt{2})$.

设 B 点坐标为 $(x_0,-\sqrt{2x_0})$，则 $k_{OA}=\sqrt{2}$，$k_{OB}=\dfrac{-\sqrt{2x_0}}{x_0}$

因为 $OA\perp OB$，则有 $k_{OA}\cdot k_{OB}=-1$.

即 $\sqrt{2}\cdot\dfrac{-\sqrt{2x_0}}{x_0}=-1$，解得 $x_0=4$

所以 B 点的坐标为 $(4,-2\sqrt{2})$

25.（Ⅰ） $f'(x)=(x-4)(x^2-a)+(x-4)(x^2-a)'$

$=x^2-a+2x(x-4)$

$=3x^2-8x-a$.

（Ⅱ）由于 $f'(-1)=3+8-a=8$，得 $a=3$.

令 $f'(x)=3x^2-8x-3=0$，

解得 $x_1=3, x_2=-\dfrac{1}{3}$ (舍去）.

又 $f(0)=12, f(3)=-6, f(4)=0$.

所以在区间 $[0,4]$ 上函数最大值为 12，最小值为 -6.